

**ТОРАЙҒЫРОВ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ  
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ**

**НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ  
ТОРАЙҒЫРОВ УНИВЕРСИТЕТА**

---

**ҚАЗАҚСТАН ҒЫЛЫМЫ  
МЕН ТЕХНИКАСЫ**

2001 ЖЫЛДАН БАСТАП ШЫҒАДЫ



**НАУКА И ТЕХНИКА  
КАЗАХСТАНА**

ИЗДАЕТСЯ С 2001 ГОДА

ISSN 2788-8770

№ 3 (2021)

---

**ПАВЛОДАР**

**НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ  
ТОРАЙГЫРОВ УНИВЕРСИТЕТ**  
выходит 1 раз в квартал

---

**СВИДЕТЕЛЬСТВО**

о постановке на переучет периодического печатного издания,  
информационного агентства и сетевого издания  
№ KZ51VPY00036165

выдано  
Министерством информации и общественного развития  
Республики Казахстан

**Тематическая направленность**

Публикация научных исследований по широкому спектру проблем  
в области металлургии, машиностроения, транспорта, строительства,  
химической и нефтегазовой инженерии, производства продуктов питания

**Подписной индекс – 76129**

<https://doi.org/10.48081/EZKZ4794>

**Импакт-фактор РИНЦ – 0,344**

---

Абишев Кайратолла Кайроллинович – к.т.н., профессор (главный редактор);  
Касенов Асылбек Жумабекович – к.т.н., профессор (заместитель главного редактора);  
Мусина Жанара Керейовна – к.т.н., профессор (ответственный секретарь);  
Шокубаева Зауреш Жанатовна – технический редактор.

**Члены редакционной коллегии:**

Калиакпаров Алтай Гиндуллинович – д.т.н., профессор (Нур-Султан, Казахстан);  
Клецель Марк Яковлевич – д.т.н., профессор (Павлодар, Казахстан);  
Шеров Карибек Тагаевич – д.т.н., профессор (Караганда, Казахстан);  
Богомоллов Алексей Витальевич – к.т.н., ассоц. профессор (Павлодар, Казахстан);  
Кажыбаева Галия Тулеуевна – к.т.н., профессор (Павлодар, Казахстан);

**Зарубежные члены редакционной коллегии:**

Waigang Sun – профессор (Пекин, Китай);  
Gabriele Comodi – PhD, профессор (Анкона, Италия);  
Jianhui Zhao – профессор (Харбин, Китай);  
Khamid Mahkamov – д.т.н., профессор (Ньюкасл, Великобритания);  
Magin Laruerta – д.т.н., профессор (СьюДад Реал, Испания);  
Mareks Mezitis – д.т.н., профессор (Рига, Латвия);  
Petr Bouchner – PhD, профессор (Прага, Чехия);  
Ronny Berndtsson – профессор (Лунд, Швеция);  
Барзов Александр Александрович – д.т.н., профессор (Москва, Россия);  
Витвицкий Евгений Евгеньевич – д.т.н., профессор (Омск, Россия);  
Иванчина Эмилия Дмитриевна – д.т.н., профессор (Томск, Россия);  
Лазарев Владислав Евгеньевич – д.т.н., профессор (Челябинск, Россия);  
Мягков, Леонид Львович – д.т.н., профессор (Москва, Россия);  
Янюшкин Александр Сергеевич – д.т.н., профессор (Чебоксары, Россия);  
Ребезов Максим Борисович – д.с/х.н., профессор (Москва, Россия).

---

За достоверность материалов и рекламы ответственность несут авторы и рекламодатели  
Редакция оставляет за собой право на отклонение материалов  
При использовании материалов журнала ссылка на журнал «Наука и техника Казахстана» обязательна

© Торайгыров университет

МРНТИ 30.19.15

<https://doi.org/10.48081/ZPES7020>**\*С. Р. Гирнис<sup>1</sup>, В. Н. Украинец<sup>2</sup>, Е. М. Ибраева<sup>3</sup>, А. В. Украинец<sup>4</sup>**<sup>1,2,3</sup>Торайгыров университет,

Республика Казахстан, г. Павлодар

**ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ОБДЕЛКИ ТОННЕЛЯ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОРОДНОГО МАССИВА ПРИ ДЕЙСТВИИ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКИ**

*В настоящей работе решена задача о действии неосесимметричной подвижной нагрузки на тонкостенную круговую цилиндрическую оболочку в упругом пространстве (массиве). Данная задача является модельной при исследовании динамики тоннелей глубокого заложения под воздействием транспортной нагрузки. Для описания движения массива используются динамические уравнения теории упругости в потенциалах Ламе. Колебание оболочки описываются приближенными уравнениями классической теории тонких оболочек. Контакт между оболочкой и массивом полагается либо жестким, либо скользящим. Решение, полученное авторами для дозвукового случая (когда скорость движения нагрузки меньше скорости волн сдвига в массиве), построено в подвижной системе координат, связанной с равномерно движущейся по внутренней поверхности оболочки нагрузки.*

*На основе полученного решения и численных экспериментов исследовано влияние геометрических параметров обделки тоннеля глубокого заложения на напряженно-деформированное состояние породного массива при действии движущейся осесимметричной нормальной нагрузки. В частности, для различных значений толщины обделки и радиуса ее срединной поверхности, представлены и анализируются результаты расчётов напряжённо-деформированного состояния контура поперечного сечения тоннеля в проходке при докритической скорости движения нагрузки.*

*Ключевые слова: упругое пространство, цилиндрическая оболочка, породный массив, тоннель глубокого заложения, обделка тоннеля, подвижная нагрузка, дозвуковая и докритическая скорость движения нагрузки, напряженно-деформированное состояние.*

**Введение**

Мировая практика эксплуатации подземных сооружений в виде магистральных нефте- и газопроводов, транспортных тоннелей и т.п. свидетельствует о многочисленных повреждениях и разрушениях, которым подвергаются данные сооружения вследствие динамического воздействия транспортных нагрузок, вызывающих в них вибрации. С увеличением скорости нагрузок уровень вибраций

возрастает и может превысить допустимые нормы, установленные для этих сооружений. При больших скоростях нагрузок в них могут возникнуть резонансные явления. Поэтому, в связи с ростом в последние годы скоростей действующих на подземные сооружения транспортных нагрузок (в частности, действующих на тоннели нагрузок от движущегося внутритоннельного транспорта), исследования их динамики под воздействием данных нагрузок становится актуальным. Важное значение при проведении исследований имеет глубина заложения и конструкция сооружения [1].

При динамическом расчете тоннеля на действие транспортной нагрузки обычно рассматриваются модельные задачи о действии на расположенную в упругой среде (упругом пространстве или полупространстве) цилиндрическую оболочку нагрузки, равномерно движущейся по её внутренней поверхности вдоль образующей. Задача о действии движущейся нагрузки на оболочку в упругом пространстве моделирует динамическое поведение сооружения глубокого заложения. Более сложной является задача о действии движущейся нагрузки на оболочку в упругом полупространстве, которая моделирует динамическое поведение сооружения мелкого заложения. Количество опубликованных научных работ в этом направлении немногочисленно и охватывает, в основном, последние годы, в частности [2–8]. В этих работах, как и в настоящей статье, при построении математической модели обделка тоннеля рассматривалась как однородная упругая круговая цилиндрическая оболочка.

**Материалы и методы**

При решении задачи используется метод математического моделирования с привлечением моделей теории упругости.

**1 Постановка и аналитическое решение задачи.** Рассмотрим в отнесенной к цилиндрической системе координат  $r, \theta, z$  неограниченной упругой среде (упругом пространстве) протяженную цилиндрическую оболочку вращения весьма малой, по сравнению с радиусом кривизны ее срединной поверхности  $r = R$ , толщиной  $h_0$  (рисунок 1) Контакт между оболочкой и окружающим её массивом будем полагать либо жёстким, либо скользящим при двухсторонней связи. Так как оболочка имеет малую толщину, принимаем, что она контактирует с массивом по своей срединной поверхности.

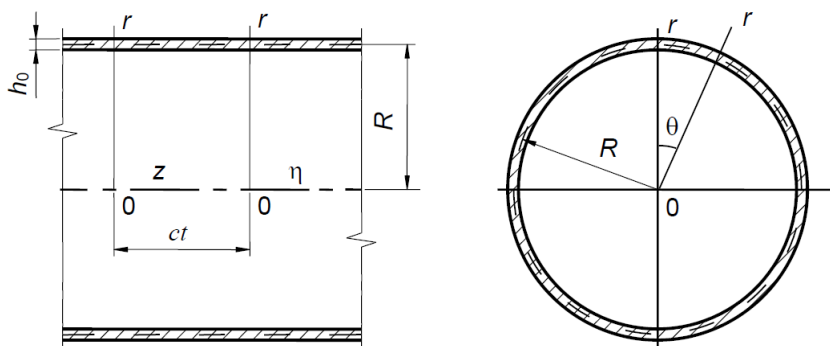


Рисунок 1 – Тонкостенная оболочка в упругом пространстве

Для обозначений физико-механических характеристик материала упругой среды будем использовать общепринятые в теории упругости обозначения:  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $\mu$  – модуль сдвига,  $\rho$  – плотность. Эти же обозначения с индексом 0 будем использовать для характеристик материала оболочки:  $\nu_0, \mu_0, \rho_0$ .

На оболочку действует стационарная нагрузка интенсивностью  $P$ , которая равномерно движется со скоростью  $c$  по ее внутренней поверхности в направлении оси  $z$ , совпадающей с осью оболочки.

Определим установившуюся реакцию массива на данную нагрузку. Для получения стационарного решения задачи перейдем к цилиндрической системе координат, перемещающейся вместе с нагрузкой (подвижной системе координат)  $r, \theta, \eta = z - ct$ .

Для описания движения упругой среды воспользуемся представленными в подвижной системе координат динамическими уравнениями теории упругости в векторной форме [9].

$$(M_p^{-2} - M_s^{-2}) \text{grad div } \mathbf{u} + M_s^{-2} \nabla^2 \mathbf{u} = \partial^2 \mathbf{u} / \partial \eta^2, \quad (1)$$

где  $\mathbf{u}$  – вектор смещения упругой среды,  $\nabla^2$  – оператор Лапласа,  $M_p = c / c_p, M_s = c / c_s$  – числа Маха;  $c_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu) / \rho}, c_s = \sqrt{\mu / \rho}$  – скорости распространения волн расширения-сжатия и сдвига в среде,  $\lambda = 2\mu\nu / (1 - 2\nu)$ .

Для описания движения оболочки используем классические уравнения теории оболочек в подвижной системе координат [4]

$$\begin{aligned} & \left[ 1 - \frac{(1 - \nu_0)\rho_0 c^2}{2\mu_0} \right] \frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial \eta^2} + \frac{1 - \nu_0}{2R^2} \frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial \theta^2} + \frac{1 + \nu_0}{2R} \frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial \eta \partial \theta} + \frac{\nu_0}{R} \frac{\partial u_{0r}}{\partial \eta} = \frac{1 - \nu_0}{2\mu_0 h_0} (P_\eta - q_\eta), \\ & \frac{1 + \nu_0}{2R} \frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial \eta \partial \theta} + \frac{(1 - \nu_0)}{2} \left( 1 - \frac{\rho_0 c^2}{\mu_0} \right) \frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial \eta^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial u_{0r}}{\partial \theta} = \frac{1 - \nu_0}{2\mu_0 h_0} (P_\theta - q_\theta), \\ & \frac{\nu_0}{R} \frac{\partial u_{0\eta}}{\partial \eta} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial u_{0\theta}}{\partial \theta} + \frac{h_0^2}{12} \nabla^2 \nabla^2 u_{0r} + \frac{(1 - \nu_0)\rho_0 c^2}{2\mu_0} \frac{\partial^2 u_{0r}}{\partial \eta^2} + \frac{u_{0r}}{R^2} = -\frac{1 - \nu_0}{2\mu_0 h_0} (P_r - q_r). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь при  $r = R$   $q_j = \sigma_{rj}; P_j, q_j$  – соответственно составляющие  $P$  и реакции массива;  $u_{0j}, \sigma_{rj}$  – соответственно компоненты перемещений точек срединной поверхности оболочки и тензора напряжений в массиве;  $j = r, \theta, \eta$ . При скользящем контакте оболочки с массивом  $q_\eta = q_\theta = 0$ .

Таким образом, решение задачи сводится к совместному интегрированию уравнений движения упругой среды (1) и оболочки (2) при выполнении условий контактов между ними.

В случае жёсткого контакта оболочки с массивом, при  $r = R$

$$u_j = u_{0j}, \quad j = \eta, \theta, r. \quad (3)$$

В случае скользящего контакта оболочки с массивом, при  $r = R$

$$\begin{aligned} \sigma_{rj} &= 0, \quad j = \eta, \theta, \\ u_r &= u_{0r}. \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь  $u_r, u_\theta, u_\eta$  – компоненты вектора  $\mathbf{u}$ .

Выразим  $\mathbf{u}$  через потенциалы Ламе  $\varphi_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) [10, 11]:

$$\mathbf{u} = \text{grad } \varphi_1 + \text{rot}(\varphi_2 \mathbf{e}_\eta) + \text{rot rot}(\varphi_3 \mathbf{e}_\eta), \tag{5}$$

где  $\mathbf{e}_\eta$  – орт оси  $\eta$ .

Из (1) и (5) следует, что  $\varphi_j$  удовлетворяют видоизменённым волновым уравнениям

$$\nabla^2 \varphi_j = M_j^2 \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial \eta^2}, \quad j = 1, 2, 3. \tag{6}$$

Здесь  $M_1 = M_p, M_2 = M_3 = M_s$ .

Рассмотрим действие на оболочку синусоидальной по  $\eta$  движущейся нагрузки с произвольной зависимостью от угловой координаты

$$\begin{aligned} P(\theta, \eta) &= p(\theta) e^{i\xi\eta}, \quad p(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_n e^{in\theta}, \\ P_j(\theta, \eta) &= p_j(\theta) e^{i\xi\eta}, \quad p_j(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_{nj} e^{in\theta}, \quad j = r, \theta, \eta, \end{aligned} \tag{7}$$

где константа  $\xi$  определяет период  $T = 2\pi/\xi$  действующей нагрузки.

В установившемся состоянии зависимость всех величин от  $\eta$  имеет вид (7), поэтому

$$\varphi_j(r, \theta, \eta) = \Phi_j(r, \theta) e^{i\xi\eta}, \quad j = 1, 2, 3; \tag{8}$$

$$u_{0j}(\theta, \eta) = U_{0j}(\theta) e^{i\xi\eta}, \quad U_{0j}(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_{0nj} e^{in\theta}, \quad j = r, \theta, \eta. \tag{9}$$

Подставляя (8) в (6), получим

$$\nabla_2^2 \Phi_j - m_j^2 \xi^2 \Phi_j = 0, \quad j = 1, 2, 3, \tag{10}$$

где  $m_j^2 = 1 - M_j^2$ ,  $m_1 \equiv m_p, m_2 = m_3 \equiv m_s$ ,  $\nabla_2^2$  – плоский оператор Лапласа.

Выразив компоненты напряженно-деформированного состояния (НДС) среды через потенциалы Ламе можно получить выражения для перемещений  $u_l^*$  и напряжений  $\sigma_{lm}^*$  ( $l, m = r, \theta, \eta$ ) от синусоидальной нагрузки как функции от  $\Phi_j$ .

Если нагрузка движется со скоростью, меньшей скоростей распространения волн сдвига в упругой среде (дозвуковая скорость движения нагрузки), то  $M_s < 1$  ( $m_s > 0$ ) и решения уравнений (10), с учетом условия при  $r \rightarrow \infty$ , можно представить в следующем виде:

$$\Phi_j = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj} K_n(k_j r) e^{in\theta}. \quad (11)$$

Здесь  $K_n(k_j r)$  – функции Макдональда,  $k_j = |m_j \xi|$ ;  $a_{nj}$  – подлежащие определению коэффициенты,  $j = 1, 2, 3$ .

Подставляя (11) в выражения для  $u_l^*$  и  $\sigma_{lm}^*$ , получим новые выражения, где неизвестными будут только коэффициенты  $a_{nj}$ .

Подставляя (7) и (9) в уравнения (2), получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^2 u_{0n\eta} + v_{02} n \xi_0 u_{0n\theta} - 2i v_0 \xi_0 u_{0nr} &= G_0 (P_{n\eta} - q_{n\eta}), \\ v_{02} n \xi_0 u_{0n\eta} + \varepsilon_2^2 u_{0n\theta} - 2i n u_{0nr} &= G_0 (P_{n\theta} - q_{n\theta}), \\ 2i v_0 \xi_0 u_{0n\eta} + 2i n u_{0n\theta} + \varepsilon_3^2 u_{0nr} &= G_0 (P_{nr} - q_{nr}), \end{aligned}$$

где  $\varepsilon_1^2 = \alpha_0^2 - \varepsilon_0^2$ ,  $\varepsilon_2^2 = \beta_0^2 - \varepsilon_0^2$ ,  $\varepsilon_3^2 = \gamma_0^2 - \varepsilon_0^2$ ,  $\varepsilon_0^2 = v_{01} \xi_0^2 M_{s0}^2$ ,  $\xi_0 = \xi R$ ,  
 $\alpha_0^2 = 2\xi_0^2 + v_{01} n^2$ ,  $\beta_0^2 = v_{01} \xi_0^2 + 2n^2$ ,  $\gamma_0^2 = \chi^2 (\xi_0^2 + n^2)^2 + 2$ ,  
 $v_{01} = 1 - v_0$ ,  $v_{02} = 1 + v_0$ ,  $M_{s0} = \frac{c}{c_{s0}}$ ,  $c_{s0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho_0}}$ ,  $\chi^2 = \frac{h_0^2}{6R^2}$ ,  $G_0 = -\frac{v_{01} R^2}{\mu_0 h_0}$ ;

при  $r = R$ :  $q_{n\eta} = (\sigma_{r\eta}^*)_n$ ,  $q_{n\theta} = (\sigma_{r\theta}^*)_n$ ,  $q_{nr} = (\sigma_{rr}^*)_n$  – в случае жесткого контакта;

$q_{n\eta} = 0$ ,  $q_{n\theta} = 0$ ,  $q_{nr} = (\sigma_{rr}^*)_n$  – в случае скользящего контакта.

Из уравнений (12) находим

$$\begin{aligned} u_{0n\eta} &= G_0 \sum_{j=1}^3 \frac{\delta_{\eta j}}{\delta_n} (P_{nj} - q_{nj}), \\ u_{0n\theta} &= G_0 \sum_{j=1}^3 \frac{\delta_{\theta j}}{\delta_n} (P_{nj} - q_{nj}), \\ u_{0nr} &= G_0 \sum_{j=1}^3 \frac{\delta_{rj}}{\delta_n} (P_{nj} - q_{nj}), \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\delta_n = (\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3)^2 - (\varepsilon_1 \xi_1)^2 - (\varepsilon_2 \xi_2)^2 + 2\xi_1 \xi_2 \xi_3$ ,

$$\delta_{\eta 1} = (\varepsilon_2 \varepsilon_3)^2 - \xi_1^2, \delta_{\eta 2} = \xi_1 \xi_2 - \xi_3 \varepsilon_3^2, \delta_{\eta 3} = i(\varepsilon_2^2 \xi_2 - \xi_1 \xi_3)$$

$$\delta_{\theta 1} = \delta_{\eta 2}, \delta_{\theta 2} = (\varepsilon_1 \varepsilon_3)^2 - \xi_2^2, \delta_{\theta 3} = i(\varepsilon_1^2 \xi_1 - \xi_2 \xi_3)$$

$$\delta_{r1} = -\delta_{\eta 3}, \delta_{r2} = -\delta_{\theta 3}, \delta_{r3} = (\varepsilon_1 \varepsilon_2)^2 - \xi_3^2, \xi_1 = 2n, \xi_2 = 2v_0 \xi_0, \xi_3 = v_0 \xi_0 n;$$

для  $P_{nj}$  и  $q_{nj}$  индекс  $j = 1$  соответствует индексу  $\eta$ ,  $j = 2 - \theta$ ,  $j = 3 - r$ .

Для определения коэффициентов  $a_{nj}$  ( $j = 1, 2, 3$ ), в зависимости от условия сопряжения оболочки со средой, воспользуемся граничными условиями (3) или (4), переписанными для  $u_l^*$  и  $\sigma_{lm}^*$ .

Подставляя в граничные условия соответствующие выражения и приравнявая коэффициенты рядов при  $e^{in\theta}$ , для каждого значения  $n$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) получим систему линейных алгебраических уравнений, которая имеет единственное решение, если её определитель  $\Delta_n(\xi, c)$  не равен нулю. Из этих систем уравнений находим искомые коэффициенты  $a_{nj}$  ( $j = 1, 2, 3$ ).

Зная решение задачи для синусоидальной нагрузки, реакцию массива на движущуюся с постоянной скоростью аperiodическую (локальную) нагрузку вида  $P(\theta, \eta) = p(\theta)p(\eta)$  (характерного для транспортных средств) можно найти при помощи суперпозиции, используя представление нагрузки и компонент напряженно-деформированного состояния массива и оболочки в виде интегралов Фурье [4]:

$$P(\theta, \eta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P^*(\theta, \xi) e^{i\xi\eta} d\xi = p(\theta)p(\eta) = p(\theta) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p^*(\xi) e^{i\xi\eta} d\xi,$$

$$P_m(\theta, \eta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P_m^*(\theta, \xi) e^{i\xi\eta} d\xi = p_m(\theta)p(\eta) = p_m(\theta) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p^*(\xi) e^{i\xi\eta} d\xi,$$

$$m = r, \theta, \eta;$$
(14)

$$u_l(r, \theta, \eta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u_l^*(r, \theta, \xi) p^*(\xi) d\xi,$$

$$\sigma_m(r, \theta, \eta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_m^*(r, \theta, \xi) p^*(\xi) d\xi,$$

$$l = r, \theta, \eta, \quad m = r, \theta, \eta.$$
(15)

Здесь  $p^*(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} p(\eta) e^{-i\xi\eta} d\eta$ .

Для вычисления интегралов (15) можно использовать любой численный метод, если  $c < c_{(n)^*}$ , где  $c_{(n)^*}$  критические скорости нагрузки, при достижении которых в оболочке возникают резонансные явления. Значения  $c_{(n)^*}$  зависят от числа  $n$  и определяются из дисперсионных уравнений  $\Delta_n(\xi, c) = 0$ . Как следует из основанных на численных расчетах исследований, наименьшая (низшая) критическая скорость нагрузки соответствует числу  $n = 0$  ( $\min c_{(n)^*} = c_{(0)^*}$ ) и является единственной при действии на оболочку в упругой среде осесимметричной подвижной локальной нагрузки [4].



**2 Численные эксперименты.** Используя полученное решение, исследуем на основе результатов проведенных численных экспериментов влияние толщины  $h_0$  стальной ( $\nu_0 = 0,3$ ,  $\mu_0 = 8,08 \cdot 10^{10}$  Па,  $\rho_0 = 7,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>) обделки тоннеля и радиуса  $R$  тоннеля глубокого заложения на НДС породных массивов различной жесткости, при воздействии на него движущейся с докритической скоростью  $c = 200$  м/с осесимметричной нормальной нагрузки интенсивностью  $P^0$ , равномерно распределённой по внутренней поверхности тоннеля в интервале  $|\eta| \leq 0,2$  м. Физико-механические характеристики породных массивов представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Физико-механические характеристики породных массивов

Породный массив	$\nu$	$\mu$ , Па	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
известняк	0,25	$2,80 \cdot 10^9$	$2,65 \cdot 10^3$
алевролит	0,28	$4,69 \cdot 10^9$	$2,70 \cdot 10^3$
песчаник	0,28	$7,80 \cdot 10^9$	$2,50 \cdot 10^3$

### Результаты и обсуждение

В таблицах 2–4 для разных значений толщины  $h_0$  обделки и радиуса  $R$  тоннеля приведены результаты расчётов НДС контура  $r = R$  его поперечного сечения  $\eta = 0$ . Обозначения в таблицах:  $u_r^\circ = 10 u_{r,\mu} / P^\circ$  (м),  $\sigma_{\eta\eta}^\circ = 10 \sigma_{\eta\eta} / P^\circ$ ,  $\sigma_{\theta\theta}^\circ = 10 \sigma_{\theta\theta} / P^\circ$ .

Из анализа данных таблицы 2 следует, что при скользящем контакте обделки с любым породным массивом прогибы  $u_r$  (радиальные перемещения точек контура  $r = R$  поперечного сечения  $\eta = 0$  тоннеля) тоннеля больше, чем при жёстком. Во всех рассматриваемых породах увеличение  $R$  ведёт к возрастанию прогибов  $u_r$  тоннеля при любой толщине  $h_0$  обделки независимо от её контактных условий с массивом.

При уменьшении жесткости массива (как и при уменьшении  $h_0$ ) прогибы тоннеля увеличиваются. Это хорошо видно из построенных на рисунке 2 кривых изменений (в зависимости от изменения радиуса  $R$  (м) тоннеля) радиальных перемещений  $u_r^\circ = 10 u_{r,\mu_a} / P^\circ$ , м ( $\mu_a$  – модуль сдвига алевролита) контура  $r = R$  поперечного сечения  $\eta = 0$  тоннеля. Кривые 1, 2, 3 построены соответственно для тоннелей проходящих в известняке, алевролите и песчанике при  $h_0 = 0,01$  м и жестком контакте обделки с массивом.

Из анализа напряжённого состояние рассматриваемого контура сечения тоннеля (см. таблицы 3, 4) следует, что характерные особенности изменений напряжений  $|\sigma_{\eta\eta}|$  и  $|\sigma_{\theta\theta}|$  с изменением  $R$ , подобны особенностям изменения  $u_r$ .

Таблица 2 – Перемещения  $u_r^\circ$  точек контура  $r = R$  поперечного сечения  $\eta = 0$  тоннеля

Породный массив	Контакт обделки с массивом	$R, \text{ м}$						
		1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	6,0	8,0
		$h_0 = 0,01 \text{ м}$						
известняк	жёсткий	1,69	2,12	2,42	2,83	3,17	3,61	3,82
	скользящий	1,75	2,20	2,52	2,95	3,31	3,76	3,99
алевролит	жёсткий	1,77	2,17	2,45	2,83	3,15	3,56	3,76
	скользящий	1,82	2,23	2,52	2,91	3,24	3,66	3,86
песчаник	жёсткий	1,85	2,23	2,50	2,86	3,18	3,58	3,76
	скользящий	1,89	2,28	2,55	2,92	3,24	3,65	3,85
		$h_0 = 0,02 \text{ м}$						
известняк	жёсткий	1,46	1,92	2,25	2,70	3,04	3,50	3,73
	скользящий	1,52	2,01	2,36	2,84	3,21	3,69	3,93
алевролит	жёсткий	1,61	2,03	2,33	2,74	3,06	3,48	3,70
	скользящий	1,66	2,10	2,41	2,84	3,18	3,61	3,83
песчаник	жёсткий	1,73	2,13	2,41	2,80	3,11	3,52	3,73
	скользящий	1,78	2,19	2,48	2,88	3,21	3,62	3,83

Таблица 3 – Напряжения  $\sigma_{\eta\eta}^\circ$  в точках контура  $r = R$  поперечного сечения  $\eta = 0$  тоннеля

Породный массив	Контакт обделки с массивом	$R, \text{ м}$						
		1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	6,0	8,0
		$h_0 = 0,01 \text{ м}$						
известняк	жёсткий	-4,13	-4,59	-4,91	-4,90	-5,65	-6,08	-5,68
	скользящий	-6,77	-7,79	-8,54	-8,32	-10,26	-11,32	-10,29
алевролит	жёсткий	-5,02	-5,50	-5,88	-5,80	-6,70	-7,21	-6,72
	скользящий	-7,13	-7,96	-8,68	-8,30	-10,21	-11,22	-10,19
песчаник	жёсткий	-5,61	-6,07	-6,49	-6,38	-7,35	-7,91	-7,36
	скользящий	-7,32	-8,00	-8,72	-8,25	-10,14	-11,14	-10,11
		$h_0 = 0,02 \text{ м}$						
известняк	жёсткий	-3,37	-3,87	-4,15	-4,32	-4,87	-5,22	-4,88
	скользящий	-6,23	-7,52	-8,26	-8,71	-10,19	-11,16	-10,21
алевролит	жёсткий	-4,22	-4,74	-5,03	-5,15	-5,85	-6,29	-5,86
	скользящий	-6,70	-7,77	-8,40	-8,58	-10,17	-11,13	-10,14
песчаник	жёсткий	-4,79	-5,28	-5,59	-5,64	-6,44	-6,91	-6,44
	скользящий	-6,98	-7,89	-8,47	-8,44	-10,13	-11,08	-10,08

Таблица 4 – Напряжения  $\sigma_{\theta\theta}^{\circ}$  в точках контура  $r = R$  поперечного сечения  $\eta = 0$  тоннеля

Породный массив	Контакт обделки с массивом	$R, \text{ м}$						
		1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	6,0	8,0
		$h_0 = 0,01 \text{ м}$						
известняк	жесткий	0,96	0,03	-0,66	-1,17	-2,15	-2,93	-2,85
	скользящий	0,48	-0,61	-1,42	-1,91	-3,21	-4,17	-3,95
алевролит	жесткий	0,52	-0,53	-1,31	-1,80	-2,92	-3,77	-3,62
	скользящий	0,07	-1,10	-1,99	-2,42	-3,83	-4,84	-4,55
песчаник	жесткий	0,46	-0,63	-1,45	-1,93	-3,09	-3,96	-3,79
	скользящий	0,09	-1,08	-2,00	-2,40	-3,82	-4,82	-4,54
		$h_0 = 0,02 \text{ м}$						
известняк	жесткий	0,79	-0,02	-0,59	-1,22	-2,01	-2,72	-2,66
	скользящий	0,26	-0,75	-1,45	-2,18	-3,23	-4,11	-3,92
алевролит	жесткий	0,49	-0,48	-1,14	-1,76	-2,72	-3,51	-3,39
	скользящий	-0,05	-1,19	-1,95	-2,63	-3,85	-4,80	-4,54
песчаник	жесткий	0,51	-0,53	-1,24	-1,83	-2,86	-3,69	-3,55
	скользящий	0,04	-1,14	-1,94	-2,54	-3,83	-4,80	-4,53

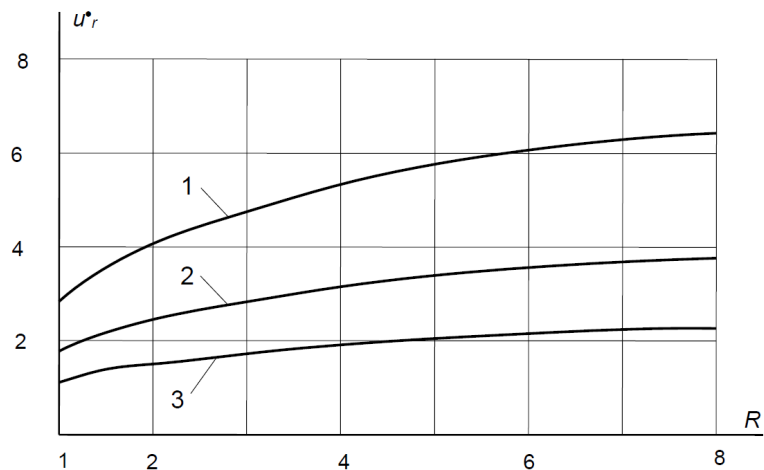


Рисунок 2 – Изменения перемещений  $u_r^*$  точек контура  $r = R$  поперечного сечения  $\eta = 0$  тоннеля

Следует отметить следующие исключения: напряжения  $|\sigma_{\eta\eta}|$  (при  $h_0 = 0,01 \text{ м}$  и в случае скользящего контакта обделки с массивом песчаника при  $h_0 = 0,02 \text{ м}$ ) в интервале  $R$  от 2 м до 3 м и напряжения  $|\sigma_{\eta\eta}|, |\sigma_{\theta\theta}|$  в интервале  $R$  от 6 м до 8 м с увеличением  $R$  уменьшаются; в интервале  $R$  от 1 м до 1,5 м  $\sigma_{\theta\theta}$  убывают, преимущественно меняя знак.

При любом радиусе  $R$   $\sigma_{\eta\eta} < 0$ ; при  $R = 1$  м напряжения  $\sigma_{\theta\theta}$  имеют, в основном, положительные значения, при  $1,5 \text{ м} \leq R \leq 8 \text{ м}$  – отрицательные.

В случае скользящего контакта обделки с массивом и  $R \geq 3$  м напряжения  $|\sigma_{\eta\eta}|$  увеличиваются с уменьшением жёсткости массива. В остальных случаях происходит обратный эффект. Частично это происходит и с напряжениями  $|\sigma_{\theta\theta}|$ .

При увеличении толщины  $h_0$  обделки напряжения  $|\sigma_{\eta\eta}|$  уменьшаются (это же преимущественно происходит с напряжениями  $|\sigma_{\theta\theta}|$ ), кроме случая скользящего контакта обделки с массивом при  $R = 3$  м.

На рисунке 3 показаны графики изменений компонент НДС массива алевролита вдоль поверхности тоннеля  $r = R = 2$  м при его жёстком контакте с обделкой толщиной  $h_0 = 0,01$  м. Из графиков следует, что динамическое воздействие нагрузки на массив в контактирующих с обделкой точках практически ощутимо лишь в окрестности участка нагружения тоннеля. При удалении от места нагружения (с возрастанием  $|\eta|$ ) перемещения  $u_r$  и напряжения  $|\sigma_{\eta\eta}|$ ,  $|\sigma_{\theta\theta}|$  быстро затухают.

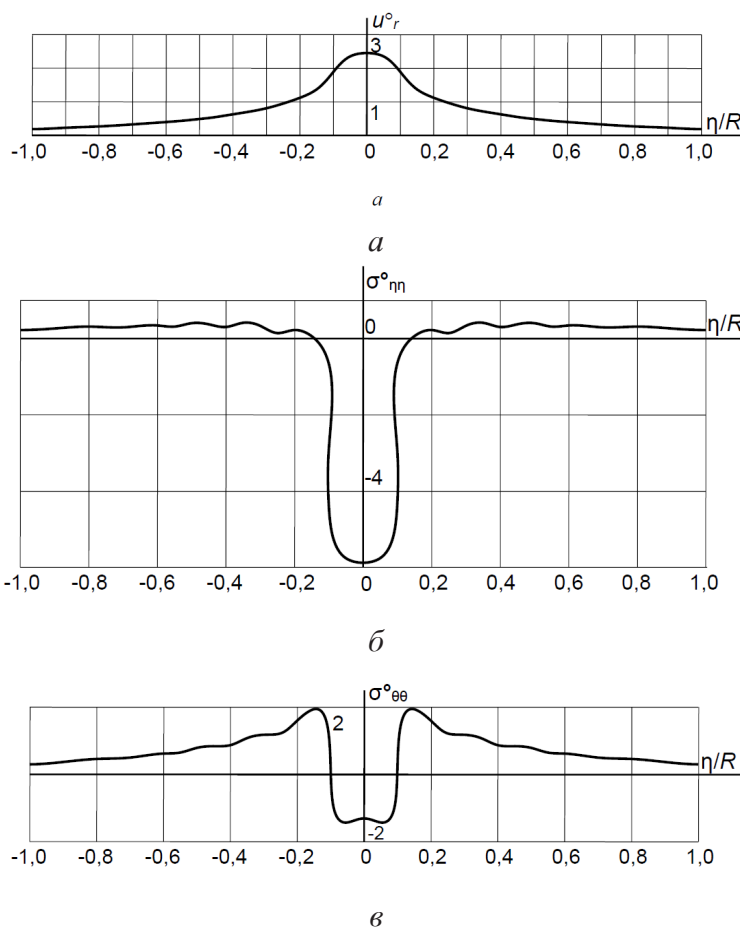


Рисунок 3 – Изменение перемещений  $u_r^0$  (а) и напряжений  $\sigma_{\eta\eta}^0$  (б)  $\sigma_{\theta\theta}^0$  (в) в массиве алевролита вдоль поверхности тоннеля

**Выводы**

Уменьшение жесткости окружающего тоннель породного массива, толщины обделки тоннеля, а также увеличение его радиуса ведёт к возрастанию прогибов тоннеля и существенно влияет на напряженное состояние массива. Динамическое воздействие нагрузки на массив в контактирующих с обделкой точках практически ощутимо лишь в окрестности участка нагружения тоннеля.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1 **Xiaozhen, Sheng.** A review on modelling ground vibrations generated by underground trains. In *International Journal of Rail Transportation*. – 2019. – Vol. 7. – № 4. – P. 241–261. – <https://doi.org/10.1080/23248378.2019.1591312>

2 **Украинец, В. Н.** Динамика тоннелей и трубопроводов мелкого заложения под воздействием подвижных нагрузок. – Павлодар : Издательство Павлодарского государственного университета, 2006. – 123 с.

3 **Украинец, В. Н.** Действие подвижной нагрузки на толстостенную оболочку в упругом полупространстве // *Вестник Павлодарского государственного университета. Серия физико-математическая*. – Павлодар. – 2010. – № 4. – С. 81–87.

4 **Alexeyeva, L. A.** Dynamics of an elastic half-space with a reinforced cylindrical cavity under moving loads. In *International Applied Mechanics*. – 2009. – Vol. 45. – № 9. – P. 75–85.

5 **Coşkun, İ. & Dolmaseven, D.** Dynamic Response of a Circular Tunnel in an Elastic Half Space. In *Journal of Engineering*. – Hindawi Limited. – 2017. – Vol. 2017. – 12 p. – <https://doi.org/10.1155/2017/6145375>.

6 **Yuan, Z., Boström, A., Cai, Y.** Benchmark solution for vibrations from a moving point source in a tunnel embedded in a half-space. In *Journal of Sound and Vibration*. – Elsevier. – 2017. – Vol. 387. – P. 177–193.

7 **Zhou Sh.** *Dynamics of Rail Transit Tunnel Systems*. – Academic Press, 2019. – 276 p.

8 **Coşkun İ., Enginb H., Özmutluc A.** Dynamic stress and displacement in an elastic half-space with a cylindrical cavity. In *Journal of Shock and Vibration*. – Hindawi Limited. – 2011. – Vol. 18. – P. 827–838. – <https://www.hindawi.com/journals/sv/2011/904936>.

9 **Ержанов, Ж. С., Айталиев, Ш. М., Алексеева, Л. А.** Динамика тоннелей и подземных трубопроводов. – Алма-Ата : Наука, 1989. – 240 с.

10 **Новацкий, В.** Теория упругости. – М. : Мир, 1975. – 872 с.

11 **Гузь, Л. И., Кубенко, В. Д., Черевко, М. А.** Дифракция упругих волн. – Киев : Наукова думка, 1978. – 308 с.

**REFERENCES**

1 **Xiaozhen, Sheng.** A review on modelling ground vibrations generated by underground trains. In *International Journal of Rail Transportation*. – 2019. – Vol. 7. – № 4. – P. 241–261. – <https://doi.org/10.1080/23248378.2019.1591312>.

2 **Ukrainets, V. N.** Dinamika tonnelej i truboprovodov melkogo zalozhenija pod vozdejstviem podvizhnyh nagruzok [Ukrainets V.N. Dynamics of shallow tunnels and

pipelines under the influence of moving loads]. – Pavlodar : Izdatel'stvo Pavlodarskogo gosudarstvennogo universiteta, 2006. – 123 p.

3 **Ukrainets, V. N.** Dejstvie podvizhnoj nagruzki na tolstostennuju obolochku v uprugom poluprostranstve [Ukrainets V. N. The action of a moving load on a thick-walled shell in an elastic half-space]. In Vestnik Pavlodarskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija fiziko-matematicheskaja. – Pavlodar, 2010. – N4. – P.81–87.

4 **Alexeyeva, L. A.** Dynamics of an elastic half-space with a reinforced cylindrical cavity under moving loads. In International Applied Mechanics. – 2009. – Vol. 45. – № 9. – P. 75–85.

5 **Coşkun, İ. & Dolmaseven, D.** Dynamic Response of a Circular Tunnel in an Elastic Half Space. In Journal of Engineering. – Hindawi Limited. – 2017. – Vol. 2017. – 12 p. – <https://doi.org/10.1155/2017/6145375>.

6 **Yuan, Z., Boström, A., Cai, Y.** Benchmark solution for vibrations from a moving point source in a tunnel embedded in a half-space. In Journal of Sound and Vibration. – Elsevier. – 2017. – Vol. 387. – P. 177–193.

7 **Zhou Sh.** Dynamics of Rail Transit Tunnel Systems. – Academic Press, 2019. – 276 p.

8 **Coşkun İ., Enginb H., Özmutluc A.** Dynamic stress and displacement in an elastic half-space with a cylindrical cavity. In Journal of Shock and Vibration. – Hindawi Limited. – 2011. – Vol. 18. – P. 827–838. – <https://www.hindawi.com/journals/sv/2011/904936>.

9 **Erzhanov, Zh. S., Ajtaliev, Sh. M., Alekseeva, L. A.** Dinamika tonnelej i podzemnyh truboprovodov [Dynamics of tunnels and underground pipelines]. – Alma-Ata : Nauka, 1989. – 240 p.

10 **Novatsky, V.** Teoriya uprugosti [Theory of elasticity]. – Moscow : Mir, 1975. – 872 p.

11 **Guz', L. I., Kubenko, V. D., Cherevko, M. A.** Difrakciya uprugix voln [Diffraction of elastic waves]. – Kiev : Naukova dumka, 1978. – 308 p.

Материал поступил в редакцию 20.09.21.

\***С. Р. Гурнис<sup>1</sup>, В. Н. Украинаец<sup>2</sup>, Е. М. Ыбыраева<sup>3</sup>, А. В. Украинаец<sup>4</sup>**

<sup>1,2,3,4</sup>Торайғыров университеті,

Қазақстан Республикасы, Павлодар қ.

Материал 20.09.21 баспаға түсті.

## ТОННЕЛЬ ҚАПТАМАСЫНЫҢ ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ПАРАМЕТРЛЕРІНІҢ ЖЫЛЖЫМАЛЫ ЖҮКТЕМЕ ӘСЕРІНЕН ТҰҚЫМ МАССИВІНІҢ КЕРНЕУЛІ-ДЕФОРМАЦИЯЛАНҒАН КҮЙІНЕ ӘСЕРІ

*Бұл жұмыста серпімді кеңістіктегі (массивтегі) жұқа қабырғалы дөңгелек цилиндрлік қабыққа асимметриялық емес жылжымалы жүктеменің әрекеті туралы мәселе шешілді. Бұл міндет көлік жүктемесінің әсерінен терең ену туннельдерінің динамикасын зерттеуде модель болып табылады. Массивтің қозғалысын сипаттау үшін Лама потенциалдарындағы серпімділік теориясының динамикалық теңдеулері қолданылады. Қабықтың тербелісі жұқа қабықтардың классикалық теориясының жуық теңдеулерімен сипатталады. Қабық пен массивтің арасындағы байланыс қатты немесе жылжымалы деп*

қабылданады. Субсоникалық жағдай үшін авторлар қабылдаған шешім (жүктеме жылдамдығы массивтегі ығысу толқындарының жылдамдығынан аз болған кезде) жүктеме қабығының ішкі бетінде біркелкі қозғалатын жылжымалы координаттар жүйесіне салынған. Авторлар дыбыстық жағдайға дейін алған шешім бойынша (жүктеме жылдамдығы массивтегі ығысу толқындарының жылдамдығынан аз болған кезде) жүктеме қабығының ішкі бетінде біркелкі қозғалатын жылжымалы координаттар жүйесіне салынған.

Алынған шешім мен сандық тәжірибелер негізінде терең туннельді қаптаманың геометриялық параметрлерінің қозғалмалы осимметриялық қалыпты жүктеме әсерінен тұқым массасының кернеулі-деформациялық күйіне әсері зерттеледі. Атап айтқанда, астар қалыңдығының және оның ортаңғы бетінің радиусының әртүрлі мәндері үшін субкритикалық жүктеме жылдамдығымен батып бара жатқан туннель қимасының контурының кернеулі-деформациялық күйін есептеу нәтижелері ұсынылды және талданды.

*Кілтті сөздер:* серпімді кеңістік, цилиндрлік қабық, тау массиві, терең туннель, туннель төсемі, қозғалмалы жүктеме, жүктің қозғалысының дыбыстық және субкритикалық жылдамдығы, шиеленіскен-деформацияланған күй.

\*S. R. Girnis<sup>1</sup>, V. N. Ukrainets<sup>2</sup>, Ye. M. Ibrayeva<sup>3</sup>, A. V. Ukrainets<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>Toraighyrov University,  
Republic of Kazakhstan, Pavlodar.

Material received on 20.09.21.

## INFLUENCE OF THE GEOMETRICAL PARAMETERS OF THE TUNNEL LINING ON THE STRESS-STRAIN STATE OF THE ROCK MASS UNDER THE ACTION OF A MOVING LOAD

*In this paper, we solve the problem of the action of a non-axisymmetric moving load on a thin-walled circular cylindrical shell in an elastic space (array). This problem is a model for studying the dynamics of deep-laid tunnels under the influence of transport load. The dynamic equations of the theory of elasticity in Lamé potentials are used to describe the motion of the array. The shell oscillation is described by the approximate equations of the classical theory of thin shells. The contact between the shell and the array is assumed to be either rigid or sliding. The solution obtained by the authors for the subsonic case (when the velocity of the load is less than the velocity of the shear waves in the array) is constructed in a mobile coordinate system associated with the load uniformly moving along the inner surface of the shell.*

*On the basis of the obtained solution and numerical experiments, the influence of the geometric parameters of the lining of a deep-laid tunnel on the stress-strain state of the rock mass under the action of a moving axisymmetric normal load is investigated. In particular, for different values of the thickness of the lining and the radius of its median surface, the calculations' results of the stress-strain state of the contour of the tunnel's cross-section in the passage at the subcritical speed of the load movement are presented and analyzed.*

*Keywords:* elastic space, cylindrical shell, rock mass, deep-laid tunnel, tunnel lining, moving load, subsonic and subcritical load speed, stress-strain state.

Теруге 20.09.21 ж. жіберілді. Басуға 27.09.21 ж. қол қойылды.

Электрондық баспа

6,56 Mb RAM

Шартты баспа табағы 10,58. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.

Компьютерде беттеген З. С. Искакова

Корректор: А. Р. Омарова

Тапсырыс № 3845

«Toraighyrov University» баспасынан басылып шығарылған

Торайғыров университеті

140008, Павлодар қ., Ломов көш., 64, 137 каб.

«Toraighyrov University» баспасы

Торайғыров университеті

140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

67-36-69

e-mail: kereku@tou.edu.kz

nitk.tou.edu.kz